

## ИЗСЛЕДВАНЕ НА ДИНАМИКАТА НА ПОЛЕТ НА ХЕЛИКОПТЕР С ВЪНШНО ПОЖАРОГАСИТЕЛНО УСТРОЙСТВО И НА БЕЗОПАСНОСТТА НА ПОЛЕТА НА ТАЗИ СИСТЕМА

**Николай Загорски**

*Институт за космически изследвания и технологии – Българска академия на науките  
e-mail: nzagorski@space.bas.bg*

*Ключови думи: аеродинамични характеристики, динамика на полета, безопасност на полета*

*Резюме: В случаите на мащабни горски пожари в планинските райони за гасенето им все по-често се използват хеликоптери с външни пожарогасителни устройства. За осигуряване на безопасност при такива полети е необходимо да се определят зависимостите на балансиращите характеристики на хеликоптера като функция от параметрите на устройството и други параметри на системата за окачване на устройството към хеликоптера.*

## INVESTIGATION OF FLIGHT DYNAMICS OF HELICOPTER WITH EXTERNAL FIRE EXTINGUISHING DEVICE AND FLIGHT SAFETY OF THIS SYSTEM

**Nikolay Zagorski**

*Space Research and Technology Institute – Bulgarian Academy of Sciences  
e-mail: nzagorski@space.bas.bg*

*Keywords: aerodynamic characteristics, flight dynamics, flight safety*

*Abstract: Helicopters with external fire extinguishers are increasingly used in the event of large-scale forest fires in mountainous areas. To ensure safety in such flights, it is necessary to determine the dependences of the balancing characteristics of the helicopter as a function of the parameters of the device and other parameters of the system for suspending the device to the helicopter.*

### **Въведение**

През последните години по целия свят все по-често възникват стихийни горски пожари, които обхващат значителни територии, като застрашават живота и здравето на стотици хора и нанасят огромни щети. Особено трудни за овладяване са високопланинските пожари в местата, където липсват добре развита мрежа от пътища и от водни източници с голям дебит. Всичко това прави трудно, а понякога и невъзможно, използването на сухопътна техника за борба с пожарите. В такива случаи единствено авиацията единствено може да бъде в помощ на служителите и доброволците, които гасят огъня по ръчни способности.

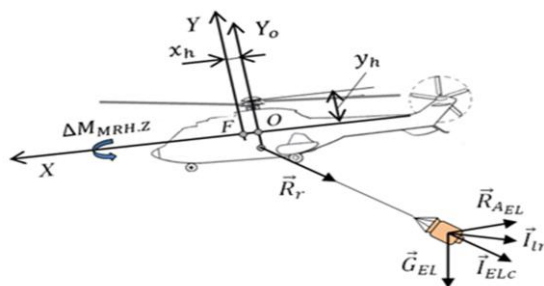
В големите по площ държави с развита авиация такива, като САЩ, Русия, Австралия, Испания и др., се използват специално пригодени за целта самолети: C-130 Hercules, летящи самолети-амфибии: Canadair CL-215 (Scooper), Be-200 Altair и др.

В малките по територии държави, такива като Република България, за гасене на пожарите основно се използват хеликоптери. Използват се вертолети Ми-17, AS 532 AL Cougar и др. с окачен съд от типа „bambi bucket“ с вместимост 1500-2000 литра. В този случай на използване на окачен съд с вода, силно влияние върху динамиката на полета на хеликоптера и неговата управляемост оказва външния товар. Това в особена степен се забелязва в планините, където съществуват силни низходящи струйни течения, локални завихряния и други подобни явления.

## Уравнения на движението на хеликоптер с външно пожарогасително устройство

При изследване на движението на всяко материално тяло винаги трябва да се отчита, че то се премества спрямо някаква система за отчитане, която обикновено е свързана с друго материално тяло. Нека за координатна система за определяне на движението да изберем система, свързана с началото на полета на хеликоптера (летището, площадката)  $O_{st}, X_{st}, Y_{st}, Z_{st}$ , която от своя страна е свързана със Земята. При описание на такъв тип система се приема допускане, че тя представлява инерциална система [5, 12]. Това означава, че такава координатна система ще се намира в състояние на покой (преди излитане) или в равномерен праволинеен хоризонтален полет (движение). Такова допускане съществено опростява процеса на съставяне на уравненията за движение на хеликоптер с външно пожарогасително устройство (ВПГУ).

Съставяне на уравненията за движение на системата „хеликоптер-външен товар“ представлява сама по себе си достатъчно сложна задача. Това е свързано преди всичко с обстоятелството, че изследваната система притежава значителен брой степени на свобода. Само поради факта, че лопатите на носещия винт (при едновинтовите хеликоптери с опашен винт, като, например, AS 532 AL Cougar) имат хоризонтални, вертикални и осеви шарнири, то системата от уравнения, описващи движението, може да достигне до няколко десетки. От своя страна, наличието на ВПГУ в системата увеличава допълнително степените на свобода. Освен това, съществуват определени трудности в детайлното описание на носещия и на опашния винт при работата им в полет и при обтичането на лопатите им от насрещния поток, с отчитане на интерференцията между тях, както и интерференцията с корпуса на хеликоптера и с външното пожарогасително устройство (Фиг. 1).



Фиг. 1. Схема на влиянието на външен товар (от типа "bambi bucket") върху динамиката на полета на хеликоптер

Във връзка с наличието на тези и на други трудности при съставянето на математически модел на движението на системата „хеликоптер- ВПГУ“ обикновено се възприема подход за апроксимиране на някои твърде сложни взаимни връзки. Така например, в аеродинамиката [2] и динамиката на полета [1, 11] широко се прилага допускането за замяната на носещия винт и неговата сложна динамика с равнодействаща сила. При това се предполага, че маховото движение на лопатите се изменя мигновено при изменение на параметрите на полета на хеликоптера и на ъглите на общата и на цикличната стъпка на лопатите [6, 7], а самият носещ винт се представя като конус, който описват лопатите при своето движение.

Аналогични допускания и замествания се извършват и при изследване на работата на опашния винт, като също се разглежда създаването от него сила.

Да разгледаме допусканията, които можем да направим по отношение на външния товар, закрепен към хеликоптера с мека връзка (въжета, сапани). Нека въжето е закрепено по към външния товар такъв начин, че то не изменя своето ъглово положение спрямо товара. Въжето винаги е насочено по оста  $O_2Y_2$  на свързаната координатна система на товара [5,9], т.е. осите  $O_1Y_1$  на свързаната координатна система на хеликоптера и  $O_2Y_2$  винаги се намират по една линия и съвпадат по посока. Към хеликоптера въжето е закрепено с идеален сферичен шарнир. В такъв случай може да се счита, че въжето и външния товар представляват едно материално тяло. Това допускане позволява системата „хеликоптер- ВПГУ“ да бъде разгледана като система от две тела, които са шарнирно свързани помежду си. Доколкото сферичният шарнир предава само сила, то самата връзка може да бъде представена единствено с реакцията на тази сила. Действието на реакцията ще съвпада с оста  $O_1Y_1$ , а по стойност ще бъде равна на силата на натегнатост на въжето.

Реакцията в точката на свързване на въжето (с външния товар) към хеликоптера може да се счита за външна сила, както спрямо хеликоптера, така и спрямо външния товар. Тези сили са равни по стойност, но противоположни по посока. По отношение на хеликоптера силата е противоположна на  $O_1Y_1$ , а за външния товар ще съвпада с  $O_1Y_1$ .

При определяне на уравненията за движение и действащите сили може да се счита, че хеликоптерът и външният товар са абсолютно твърди тела. Допълнително, външният товар при полета на хеликоптера може да бъде разглеждан като сферично физично махало с подвижна точка на окачване [4].

Уравненията за движение на абсолютно твърдо тяло се извеждат от основните положения на аеродинамиката [8]. Поради тази причина, движението се описва с уравненията на силите, приложени в центъра на масите на хеликоптера, както и с моментите спрямо центъра на масите му. В най-общ вид тези уравнения във векторна форма могат да се запишат:

- уравнение на силите:

$$(1) \quad m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F},$$

където:  $m$  е масата на хеликоптера;  $\vec{V}$  е вектор на скоростта на центъра на масите на хеликоптера спрямо свързаната координатна система за началото на полета на хеликоптера;  $\vec{F}$  е равнодействащата на всички външни сили, действащи на хеликоптера;

- уравнение на моментите:

$$(2) \quad \frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{M},$$

където:  $\vec{K}$  е кинетичният момент (или главният момент за количеството на движение) спрямо центъра на масите на хеликоптера;  $\vec{M}$  е главен момент на външните сили (векторна сума на моментите на външните сили), действащи на хеликоптера, спрямо центъра на масите му.

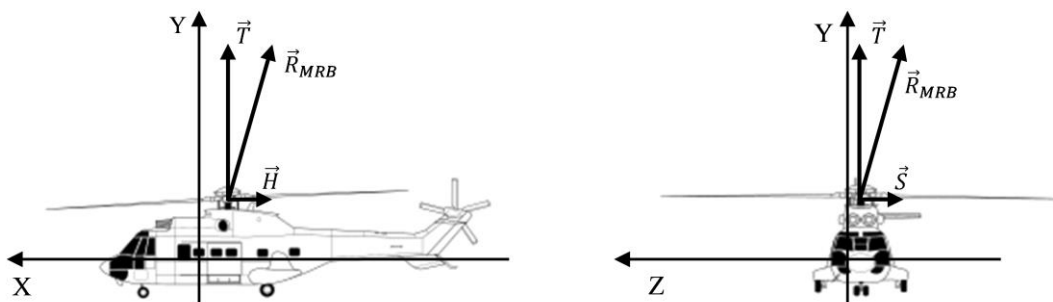
### Уравнения на силите, действащи на хеликоптера в полет

Нека първо да определим скаларните уравнения на силите, като проекция по осите на свързаната координатна система  $OXYZ$ . Тази координатна система може да се премества постъпателно спрямо стартовата координатна система  $O_{st}X_{st}Y_{st}Z_{st}$  (преди началото на полета), но и да се завърта спрямо нея. Поради тази причина, проекцията на всеки вектор  $\vec{R}$ , определен неподвижната (стартова) координатна система  $O_{st}X_{st}Y_{st}Z_{st}$  ще има проекции в подвижната координатна система  $OXYZ$ , които зависят от ъглите, сключвани между съответните оси на тези две координатни системи. А проекцията на производната на този вектор  $\vec{R}$  по времето ще зависи и от съставляващите на вектора на ъгловата скорост  $\vec{\omega}$  в подвижната координатна система  $OXYZ$  спрямо неподвижната координатна система  $O_{st}X_{st}Y_{st}Z_{st}$ . Това може да бъде определено по формулата на Бур:

$$(3) \quad \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dt} + (\vec{\omega} \times \vec{R}),$$

където  $\frac{d\vec{R}}{dt}$  е диференциране на вектор  $\vec{R}$  по времето  $t$  в подвижната координатна система  $OXYZ$ .

На фиг. 2 е показана схема на силите, които се създават от носещия винт при полет на хеликоптер AS 532 AL Cougar.



Фиг. 2. Схема на силите, създавани от носещия винт, при полет на хеликоптер AS 532 AL Cougar

Ако се разгледа векторът на скоростта на центъра на масите на хеликоптера  $\vec{V}$  спрямо неподвижната (стартова) координатна система  $O_{st}X_{st}Y_{st}Z_{st}$ , то като се отчетат (3) и правилото за определяне на векторно произведение от (1) може да се получи следната система

диференциални уравнения на действащите сили, като проекция на осите на свързаната координатна система  $OXYZ$ :

$$(4) \quad \begin{cases} m(\dot{V}_x + \omega_y V_z - \omega_z V_y) = F_x; \\ m(\dot{V}_y + \omega_z V_x - \omega_x V_z) = F_y; \\ m(\dot{V}_z + \omega_x V_y - \omega_y V_x) = F_z, \end{cases}$$

където:  $V_x, V_y, V_z$  са проекции на скоростта на движение на центъра на масите на хеликоптера;  $\dot{V}_x = \frac{dV_x}{dt}, \dot{V}_y = \frac{dV_y}{dt}, \dot{V}_z = \frac{dV_z}{dt}$  са проекции на ускоренията на центъра на масите на хеликоптера;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  са проекции на вектора на ъгловата скорост на въртене на хеликоптера;  $F_x, F_y, F_z$  са проекции на равнодействащата на всички външни сили, които действат на хеликоптера.

Системата уравнения (4) обикновено се използват при едновременното изследване на постъпателното и въртеливото движение на хеликоптера [3,10]. За определяне на положението на центъра на масите на хеликоптера спрямо неподвижната (стартовата) координатна система  $O_{st}, X_{st}, Y_{st}, Z_{st}$  може да се използва системата от скалярни уравнения на силите в проекция на осите на нормалната координатна система  $OX_g Y_g Z_g$ , осите на която са винаги успоредни и съвпадащи по посока с осите на стартовата координатна система:

$$(5) \quad \begin{cases} m\dot{V}_{xg} = F_{xg}; \\ m\dot{V}_{yg} = F_{yg}; \\ m\dot{V}_{zg} = F_{zg}, \end{cases}$$

където:  $\dot{V}_{xg}, \dot{V}_{yg}, \dot{V}_{zg}$  са проекции на ускоренията на центъра на масите на хеликоптера на осите на нормалната координатна система;  $F_{xg}, F_{yg}, F_{zg}$  са проекции на равнодействащата на всички сили, действащи на хеликоптера, на осите на нормалната координатна система.

### Уравнения на моментите

За определяне на уравненията на моментите на хеликоптера трябва да се използват понятия и методи от теоретичната механика за кинетичен момент на материална точка и на твърдо тяло. Така например, материална точка с маса  $m$ , която се движи със скорост  $\vec{V}$ , притежава кинетичен момент  $\vec{k}$  спрямо някакъв център, който се нарича момент на количеството на движение спрямо този център и се определя като:

$$(6) \quad \vec{k} = \vec{r} \times m\vec{V},$$

където  $\vec{r}$  е радиус-векторът на разглежданата материална точка спрямо избрания център.

Твърдото тяло може да бъде представено като система, която се състои от  $n$  на брой части. Тогава кинетичният момент на това тяло спрямо центъра на масите му може да бъде определен като:

$$(7) \quad \vec{K} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n (\vec{r}_n \times m_n \vec{V}_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n m_n (\vec{r}_n \times \vec{V}_n).$$

Като се използва правилото за определяне на проекция на векторно произведение могат да бъдат намерени проекциите на кинетичния момент на твърдо тяло по осите на свързаната координатна система  $OXYZ$ :

$$(8) \quad \begin{cases} K_x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n (y_n V_{nz} - z_n V_{ny}); \\ K_y = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n (z_n V_{nx} - x_n V_{nz}); \\ K_z = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n (x_n V_{ny} - y_n V_{nx}), \end{cases}$$

където:  $x_n, y_n, z_n$  са координати на  $n$ -та точка в свързаната координатна система.

Ако проекциите на скоростта  $V_n$  бъдат заменени с изразите, получени по формулите на Ойлер:

$$(9) \quad \begin{cases} V_{nx} = \omega_y z_n - \omega_z y_n; \\ V_{ny} = \omega_z x_n - \omega_x z_n; \\ V_{nz} = \omega_x y_n - \omega_y x_n, \end{cases}$$

то тогава за проекцията на кинетичния момент на твърдо тяло по оста  $\vec{OX}$ , т.е. за  $K_x$ , ще се получи следният израз:

$$\begin{aligned}
(10) \quad K_x &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n m_n [y_n(\omega_x y_n - \omega_y x_n) - z_n(\omega_z x_n - \omega_x z_n)] = \\
&= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n m_n (\omega_x y_n^2 - \omega_y x_n y_n - \omega_z x_n z_n + \omega_x z_n^2) = \\
&= \omega_x \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n m_n (y_n^2 + z_n^2) - \omega_y \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n m_n x_n y_n - \omega_z \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n m_n x_n z_n.
\end{aligned}$$

В уравнение (10) събираемите представляват произведение на проекциите на вектора на ъгловата скорост на въртене на тялото по моментите на инерция на тялото. Известни са [5,12] изразите за осев инерционни моменти на твърдо тяло:

$$(11) \quad \begin{cases} I_x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n m_n (y_n^2 + z_n^2); \\ I_y = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n m_n (x_n^2 + z_n^2); \\ I_z = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n m_n (x_n^2 + y_n^2), \end{cases}$$

както и центробежните инерционни моменти:

$$(12) \quad \begin{cases} I_{xy} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n m_n x_n y_n; \\ I_{xz} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n m_n x_n z_n; \\ I_{yz} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n m_n y_n z_n. \end{cases}$$

След извършване на редица преобразувания, аналогични на този в (10) и, като се отчитат изразите за инерционните моменти в (11) и (12), ще се получат пълните изрази за проекциите на кинетичния момент в свързаната координатна система  $OXYZ$  в следния вид:

$$(13) \quad \begin{cases} K_x = I_x \omega_x - I_{xy} \omega_y - I_{xz} \omega_z; \\ K_y = -I_{xy} \omega_x + I_y \omega_y - I_{yz} \omega_z; \\ K_z = -I_{xz} \omega_x - I_{yz} \omega_y + I_z \omega_z. \end{cases}$$

Ако към така получения вектор на кинематичния момент  $\vec{K}$  приложим формула (3) ще получим следната система диференциални уравнения на моментите като проекции на осите на свързаната координатна система  $OXYZ$ :

$$(14) \quad \begin{cases} \dot{K}_x + \omega_y K_z - \omega_z K_y = M_x; \\ \dot{K}_y + \omega_z K_x - \omega_x K_z = M_y; \\ \dot{K}_z + \omega_x K_y - \omega_y K_x = M_z, \end{cases}$$

където:  $\dot{K}_x = \frac{dK_x}{dt}$ ,  $\dot{K}_y = \frac{dK_y}{dt}$ ,  $\dot{K}_z = \frac{dK_z}{dt}$  са производни по времето на проекциите на кинетичния момент;  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  са проекции на главния момент от външните сили  $\vec{M}$ .

Оттук, с отчитане на формули (13), могат да се получат следните зависимости:

$$(15) \quad \begin{cases} M_x = I_x \dot{\omega}_x - I_{xy} \dot{\omega}_y - I_{xz} \dot{\omega}_z - I_{xz} \omega_x \omega_y + I_{xy} \omega_x \omega_z + I_{yz} (\omega_z^2 - \omega_y^2) + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z; \\ M_y = -I_{xy} \dot{\omega}_x + I_y \dot{\omega}_y - I_{yz} \dot{\omega}_z - I_{xy} \omega_y \omega_z + I_{yz} \omega_y \omega_x + I_{xz} (\omega_x^2 - \omega_z^2) + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z; \\ M_z = -I_{xz} \dot{\omega}_x - I_{yz} \dot{\omega}_y + I_z \dot{\omega}_z - I_{yz} \omega_z \omega_x + I_{xz} \omega_z \omega_y + I_{xy} (\omega_y^2 - \omega_x^2) + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y. \end{cases}$$

С някои допускания изразите в (15) могат да бъдат опростени. От една страна, в полет може да се приеме, че центърът на масите на хеликоптера се отклонява незначително по оста  $O_b Z_b$  на базовата координатна система, а от друга, че хеликоптерът приблизително може да се смята за симетрично тяло спрямо равнината  $O_b X_b Y_b$ . Това означава, че равнината  $OXY$  на свързаната координатна система съвпада с равнината на симетрия на хеликоптера. В този случай, центробежните инерционни моменти с индекс „z“ ще са равни на нула, т.е.  $I_{xz} = I_{yz} = 0$ . Като бъдат отчетени тези допускания, системата от уравнения на моментите спрямо осите на свързаната координатна система  $OXYZ$  могат да се запишат в следния вид:

$$(16) \quad \begin{cases} M_x = I_x \dot{\omega}_x - I_{xy} \dot{\omega}_y + I_{xy} \omega_x \omega_z + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z; \\ M_y = -I_{xy} \dot{\omega}_x + I_y \dot{\omega}_y - I_{xy} \omega_y \omega_z + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z; \\ M_z = I_z \dot{\omega}_z + I_{xy} (\omega_y^2 - \omega_x^2) + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y. \end{cases}$$

### Заклучение

По такъв начин, чрез разкриване на левите части на уравнения (1) и (2) беше получена система от скаларни диференциални уравнения за движение, описващи преместването на

центъра на масите на хеликоптера- формули (4) и (5), както и преместването на корпуса (фюзелажа) на хеликоптера около центъра на масите му.

### Литература:

1. Абрамович, Г. Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Учеб. руководство: Для вузов. – 5е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит., 1991. 304 стр. ISBN 5-02-014962-4.
2. Володко, А. М. Основы аэродинамики и динамики полета вертолетов. М.: Транспорт. 1988. 342 стр.
3. Загорски, Н. Изследване на влиянието на параметрите на външния товар на условията за равновесието му в полет. XI Международна научна конференция Хемус 01-04.06.2022 г. гр. Пловдив. 8 стр.
4. Загорски, Н. Изследване на колебанията на физично махало с подвижна точка на окачване. XI Международна научна конференция Хемус 01-04.06.2022 г. гр. Пловдив. 8 стр.
5. Загорски, Н. Математически модел на полет на хеликоптер с външно пожарогасително устройство „ВВ 4453“. XI Международна научна конференция Хемус 01-04.06.2022 г. гр. Пловдив. 7 стр.
6. Загорски, Н. Безопасност на полети на хеликоптер с външно пожарогасително устройство от типа Vambi Bucket. Годишна научна конференция на Националния военен университет „Васил Левски“ 30.06-01.07.2022 г. гр. Велико Търново. Сборник с доклади, стр. 1299–1308.
7. Загорски, Н. Повишаване на безопасността на полета с отчитане на влиянието на външен товар върху управляемостта на хеликоптера. Годишна научна конференция на Националния военен университет „Васил Левски“ 30.06-01.07.2022 г. гр. Велико Търново. Сборник с доклади. стр. 1277–1286.
8. Загорски, Н. Безопасност на полета на хеликоптер с външно пожарогасително устройство и влияние на параметрите на устройството на някои от балансировъчните характеристики на хеликоптера, Годишна международна научна конференция на ВВВУ „Г.Бенковски“ Долна Митрополия, 07.10.2022 г. Сборник с доклади. стр. 26–32.
9. Загорски, Н. Сили и моменти, действащи в полет на хеликоптер с външно пожарогасително устройство, Годишна международна научна конференция на ВВВУ „Г.Бенковски“ Долна Митрополия, 07.10.2022 г. Сборник с доклади. стр. 19–25.
10. Загорски, Н. Отчитане влиянието на външен товар върху управляемостта на хеликоптера за повишаване на безопасността на полета, Годишна международна научна конференция на ВВВУ „Г.Бенковски“ Долна Митрополия, 07.10.2022 г. Сборник с доклади. стр. 33–40.
11. Cicolani, L. S. and Kanning G. Equations of Motion of Slung-Load Systems, Including Multilift Systems, NASA, 1992, NASA-TP-3280, 132 p.
12. Stuckey, R. A. Mathematical Modelling of Helicopter Slung-Load Systems, Air Operations Division Aeronautical and Maritime Research Laboratory, DSTO-TR-1257, 2001, 95 p.